Cálculo II – Viernes 18/3/2022 – Práctica 1 – Ejercicios 2-d; 2-e; 4-c; 8; 9-e

2. *Determine y grafique el campo de existencia.*

d.

$$z = f(x,y) = \ln\left(\frac{x}{y} + y\right)$$

$\frac{x}{y} + y > 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{x+y^2}{y} > 0$

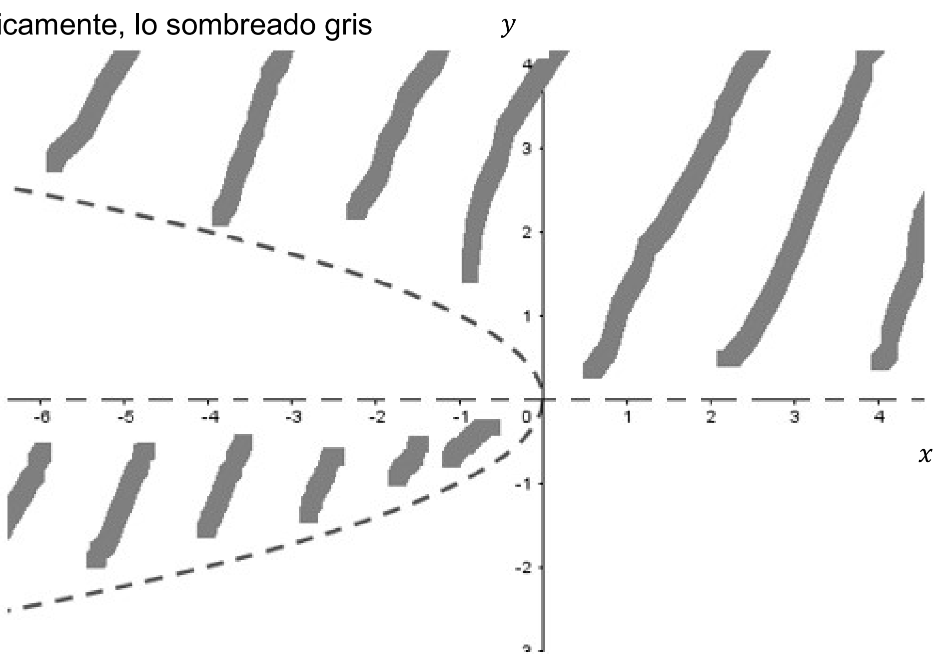
Existen dos posibles casos

Primer caso: $x + y^2 > 0$ y $y > 0$ $\rightarrow$ $x > -y^2$ y $y > 0$

Segundo caso: $x + y^2 < 0$ y $y < 0$ $\rightarrow$ $x < -y^2$ y $y < 0$

$$\boxed{D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > -y^2\ ;\ y > 0\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x < -y^2\ ;\ y < 0\}}$$

Gráficamente, lo sombreado gris



---

e.

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{x}}{2\ln(y - x^2)}$$

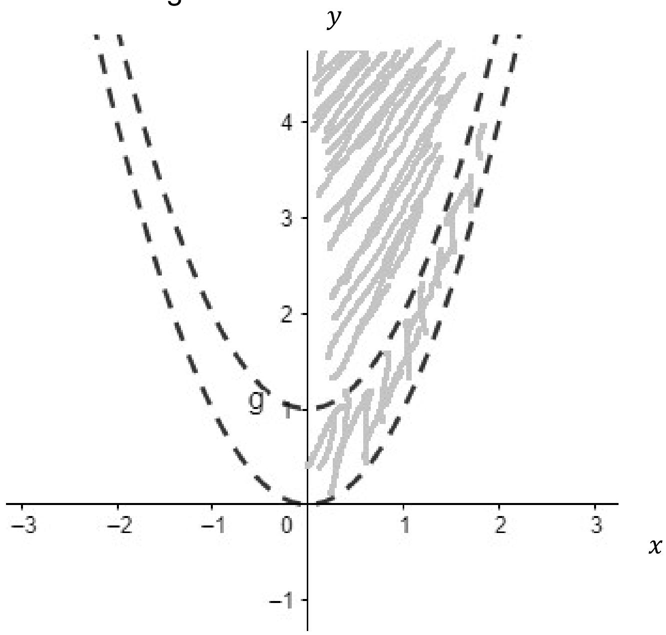
$x \geq 0 \quad ; \quad \ln(y - x^2) \neq 0 \quad ; \quad y - x^2 > 0$

$x \geq 0 \quad ; \quad y - x^2 \neq 1 \quad ; \quad y > x^2$

$x \geq 0 \quad ; \quad y \neq 1 + x^2 \quad ; \quad y > x^2$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0\ ;\ \ y \neq 1 + x^2\ ;\ y > x^2\ \}$$

Gráficamente, lo sombreado gris



---

4. *Indique la expresión de las curvas de nivel de las siguientes funciones. Realice un mapa de contorno con tres curvas.*

c.

$f(x,y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

Curva de nivel: $\begin{cases} z = f(x,y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2} \\ z = k \end{cases}$

$k = \sqrt{4 - x^2 - y^2} \quad \rightarrow \quad k^2 = 4 - x^2 - y^2 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 4 - k^2$

Expresión de las curvas de nivel: $x^2 + y^2 = 4 - k^2$

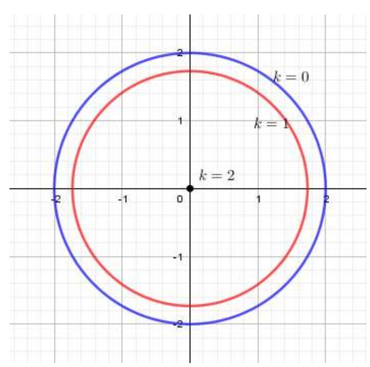
(Circunferencias de radio $\sqrt{4 - k^2}$)

Mapa de contorno con 3 curvas

$k = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 4$

$k = 1 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 3$

$k = 2 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 0$



---

8. *Dada la función* $z = 2 - x - y^2$, *encuentre la recta tangente en el punto* $(2,1,-1)$*; en el plano de ecuación* $x = 2$*. Grafique e interprete.*

$z = 2 - x - y^2 \quad ; \quad P_0 = (2,1,-1) \quad ;$ plano de ec. $x = 2$

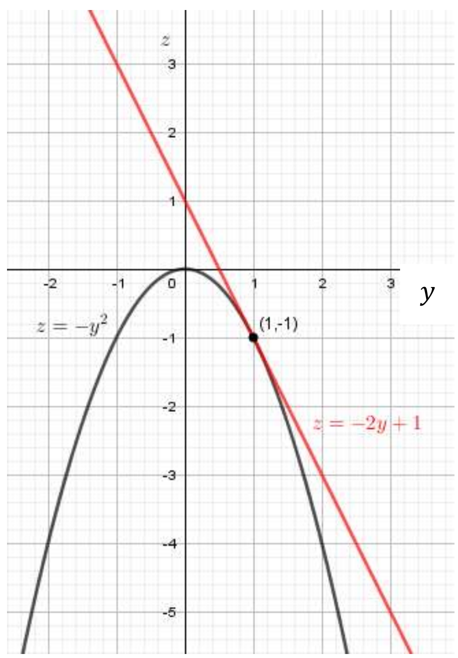
$x = 2 \quad \to \quad z = 2 - 2 - y^2 \quad \to \quad z = -y^2$

Ecuación de la recta tangente, en el plano yz

$$z - z_0 = \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{P_0} (y - y_0)$$

$$z - (-1) = -2y|_{P_0}(y - 1) \quad \to \quad z + 1 = -2(y - 1) \quad \to \quad \boxed{z = -2y + 1}$$

Gráfica



---

9. *Calcule las derivadas parciales de cada campo escalar*

e.

$$f(x,y,z,w) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + wz^2}}{w} = \frac{1}{w}(x^2 + y^2 + wz^2)^{1/2}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x,y,z,w)} = f_x(x,y,z,w) = \frac{1}{w}\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + wz^2)^{(1/2)-1} \cdot 2x = \frac{x}{w\sqrt{x^2 + y^2 + wz^2}}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x,y,z,w)} = f_y(x,y,z,w) = \frac{1}{w}\frac{1}{2}(x^2+y^2+wz^2)^{(1/2)-1}\cdot 2y = \frac{y}{w\sqrt{x^2+y^2+wz^2}}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial z}\right|_{(x,y,z,w)} = f_z(x,y,z,w) = \frac{1}{w}\frac{1}{2}(x^2+y^2+wz^2)^{(1/2)-1}\cdot 2wz = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+wz^2}}$$

$$f_w(x,y,z,w) = -\frac{1}{w^2}(x^2+y^2+wz^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{w}\frac{1}{2}(x^2+y^2+wz^2)^{(1/2)-1}\cdot z^2$$

$$= -\frac{\sqrt{x^2+y^2+wz^2}}{w^2} + \frac{z^2}{2w\sqrt{x^2+y^2+wz^2}}$$